Харолд Хотеллинг

ЭКОНОМИКА ИСЧЕРПАЕМЫХ РЕСУРСОВ*

HAROLD HOTELLING

THE ECONOMICS OF EXHAUSTIBLE RESOURCES

1. Характерные проблемы, связанные с разработкой полезных ископаемых

Изучение процессов исчезновения в мире запасов полезных ископаемых, лесов и других исчерпаемых ресурсов привело к появлению требований регулирования их использования. Сознание, что эти ресурсы сейчас слишком дешевы для блага будущих поколений, что они хищнически эксплуатируются слишком быстрыми темпами и что ввиду их чрезвычайной дешевизны они производятся и потребляются расточительно, привело к возникновению движения за экономию природных ресурсов. Предлагаемые обычно способы прекращения опустошительной оптовой торговли исчерпаемыми природными ресурсами или природными ресурсами, воспроизводимыми лишь с большим трудом за длительный срок, заключаются в запрещении их разработки на некоторый период в некоторых регионах или ограничении их разработки путем использования устарелых и неэффективных методов. Запрет на хозяйственное освоение нефти и других полезных ископаемых и на рубку леса на некоторых государственных землях оправдывается теми же соображениями, что и сезонные запреты на охоту и рыболовство и постановления, запрещающие некоторые интенсивные способы рыбной ловли. Налогообложение было бы экономичнее, чем официально предписанная неэффективность в случае запрещения чисто коммерческой деятельности, такой

* Опубликовано в «Journal of Political Economy» (1931. Vol. 39, N 2. Apr. P. 137–175).

как добывание угля или лов рыбы ради получения прибыли, а может быть, и спортивной ловли. Однако сопротивление со стороны тех, кто извлекает прибыли при апатии других, обычно приводит к тому, что в общественную казну не поступает значительная часть доходов от эксплуатации природных ресурсов.

Поборники сохранения природных ресурсов считают, что разработка этих ресурсов производится слишком быстрыми темпами, но в действительности мы наблюдаем замедляющее влияние, которое оказывают на темпы разработки ископаемых поразительно выросшие за последнее время монополии и объединения, чья деятельность непосредственно связана с разработкой исчерпаемых ресурсов. Если «объединения в условиях ограничения торговли» навязывают высокие цены потребителям и ограничивают добычу, то можно ли сказать, что их продукция слишком дешева и распродается слишком быстро?

Может показаться, что для общественного блага разработка исчерпаемых природных ресурсов никогда не сможет быть слишком медленной. Какой бы темп добычи ни предлагался, всегда найдется кто-нибудь, кто укажет, что этот темп приведет к окончательному исчерпанию ресурсов, и потребует еще большей задержки в их разработке. Но если допустить, что весь запас не подлежит сохранению для наших отдаленных потомков и что в настоящее время существует оптимальный темп производства, то тогда будет наблюдаться тенденция монополии и частичной монополии сдерживать добычу на уровне ниже оптимального и взимать чрезмерные цены с потребителей. Движение за сохранение природных ресурсов (conservation movement), направленное на полное запрещение, а не на налогообложение и регулирование с целью достижения эффективности, может быть обвинено в том, что оно играет на руку тем, кто заинтересован в поддержании высоких цен ради своего кармана, а не в интересах потомков. С другой стороны, некоторые технические условия добычи, что больше всего проявляется в нефтяной промышленности, приводят к огромной потере продукции и к дорогостоящему соперничеству в бурении скважин; эти потери могут быть уменьшены путем создания систем контроля, включающих и ограничение производства. Правительство Соединенных Штатов закрыло разработку новых нефтяных участков с целью сохранения их запасов, а также предприняло шаги по организации судебного преследования группы нефтяных компаний Калифорнии за сговор в установлении неоправданно высоких цен, ограничивая таким образом добычу нефти. Хотя эти действия на первый взгляд могут показаться противоречащими друг другу, они в действительности направлены против двух явных зол — Сциллы и Харибды, между которыми должна пролегать государственная политика.

Кроме общественных проблем экономика исчерпаемых ресурсов полезных ископаемых заключает в себе целый лес ставящих в тупик вопросов. Экономическая теория типа статического равновесия, которая в настоящее время так хорошо развита, совершенно неадекватна требованиям промышленности, где поддержание постоянного темпа производства в течение неопределенного периода времени физически невозможно; следовательно, эта теория обречена на исчезновение. Какая часть выручки месторождения должна рассматриваться как доход, а какая как возврат капитала? Какова ценность месторождения, если предполагается, что его запасы полностью известны, и каков эффект неопределенности в оценке? Если владелец месторождения производит добычу слишком быстро, он снизит цену, возможно до нуля. Если он действует слишком медленно, то его прибыль будет хоть и больше, но получена позднее, чем наступит срок выплаты процентов по обязательствам. Где золотая середина? Как может изменяться наиболее прибыльный темп добычи с приближением истощения ресурсов? Что выгоднее: закончить добычу за определенное время, растянуть ее на неопределенное время, пока количество ископаемых, остающихся в месторождении, не приблизится к нулю, или разрабатывать месторождение такими низкими темпами, что медленная добыча ископаемых не только будет продолжаться вечно, но в недрах еще останется количество ископаемых, не приближающееся к нулю? Предположим, что месторождение является общественной собственностью. Как организовать добычу ископаемых, чтобы достичь наибольшего всеобщего блага, и как сравнить процесс, направленный на выполнение подобной задачи, с действиями предпринимателя, ищущего прибыли? Как решать вопрос о положении рабочих и о вспомогательных отраслях промышленности, когда месторождение истощится? Каким образом государство сможет путем регулирования и налогообложения заставить владельца месторождения принять темпы производства, находящиеся в большей гармонии с общественным благом? Как насчет ввозных пошлин на уголь и нефть? Что будет при данных динамических системах с классическими теориями монополии, дуополии и свободной конкуренции?

Проблемы исчерпаемых ресурсов имеют особую предрасположенность к тому, чтобы быть связанными с бесконечными величинами. Здесь нужно рассматривать не только бесконечную протяженность во времени, но также и возможность беспредельного роста цены, когда ресурс исчерпывается до нуля. Чтобы не получить собственности бесконечной ценности, мы должны тщательно подбирать эмпирические формы кривых стоимости и спроса во избежание предпосылок, весьма естественных в статических задачах, которые привели бы к формированию таких условий.

Полное исследование предмета должно было бы включить полувоспроизводимые природные ресурсы, такие как леса, рыбные запасы, постепенно перейдя к такой краткосрочной операции, как уборка урожая; однако данная статья ограничена рамками абсолютно невоспроизводимых ресурсов. Лесные массивы какого-либо континента, занятые новой древесной популяцией, можно рассматривать, по крайней мере в первом приближении, как состоящие из двух частей, одна из которых будет воспроизведена после вырубки, а другая будет потреблена без воспроизводства. Первая часть подчиняется законам статической теории; вторая — законам экономики исчерпаемых ресурсов. Дикая природа, способная к самовоспроизводству при условии не слишком интенсивного использования, ставит перед нами вопросы другого рода.

При решении проблем исчерпаемых ресурсов нельзя избежать расчетов вариаций, включая даже новейшие исследования в этой области математики. Однако с помощью элементарных методов и различных упрощающих предпосылок можно выявить на следующих нескольких страницах некоторые принципы добывающей экономики. Позднее они будут обобщены при рассмотрении ряда случаев путем постепенного ввода некоторых усложнений, связанных с настоящим положением. Мы везде будем исходить из предположения, что владелец исчерпаемого ресурса добивается, чтобы приведенная ценность всех его ожидаемых в будущем прибылей была максимальна. Обозначим процентную ставку через γ; таким образом, $e^{-\gamma t}$ — приведенная ценность единицы прибыли, которая должна быть получена по истечении времени t; предполагается, что процентные ставки при этом останутся неизменными. В случае переменных процентных ставок возникают совершенно очевидные изменения.[1]

2. Свободная конкуренция

Поскольку для владельца месторождения безразлично, получит ли он за единицу своей продукции цену p_0 теперь или цену $p_0 e^{\gamma t}$ по истечении времени t, будет неразумно ожидать, что цена p станет функцией времени вида $p = p_0 e^{\gamma t}$. Это неприменимо к монополии, где вид функции спроса непременно влияет на темпы производства, но это характерно для полностью свободной конкуренции. Можно считать, что различные единицы полезного ископаемого в любое время все имеют одинаковую ценность, за исключением изменяющихся затрат их размещения на рынке. Они будут добываться и использоваться в порядке их доступности, сначала те, чья добыча обходится дешевле всего. Если процентные ставки или степень нетерпения среди владельцев месторождений различны, то этот факт также повлияет на порядок добычи. В данном случае p рассматривается как цена-нетто, полученная после оплаты затрат на добычу и размещение на рынке. Этого условия мы будем придерживаться на протяжении всего анализа.

Формула

$$p = p_0 e^{\gamma t} \tag{1}$$

определяет относительные цены в различные отрезки времени в условиях свободной конкуренции. Абсолютный уровень, или значение цены p_0 при $t = 0$, будет зависеть от спроса и от общего запаса сырья. Обозначив последний через a и приняв

$$q = f(p, t)$$

[1] Как это показано в нашей статье «A General Mathematical Theory of Depreciation» (Journ. Amer. Statist. Assoc. 1925. Sept.).

за количество, добытое за время t при цене p, получим следующее уравнение:

$$\int_0^T q dt = \int_0^T f\left(p_0 e^{\gamma t},\ t\right) dt = a\ , \qquad (2)$$

где верхний предел T — время окончательного исчерпания запаса. Поскольку в этом случае q станет равным нулю, мы получим

$$f\left(p_0 e^{\gamma t},\ T\right) = 0 \qquad (3)$$

для определения величины T.

Характер данных решений зависит от функции $f(p,\ t)$, которая определяет q. В соответствии с принятыми допущениями предположим, что это убывающая функция p и она зависит от времени, если вообще зависит, таким простым образом, что все уравнения имеют единственные решения.

Например, предположим, что функция спроса задана как

$$q = 5 - p \quad \text{при} \quad 0 \le p \le 5\ ,$$
$$q = 0 \quad \text{при} \quad p \ge 5$$

независимо от времени.

По мере того как q уменьшается и приближается к нулю, p возрастает и стремится к 5, которое выражает самую высокую из кем-либо предложенных цену. Таким образом, во время T

$$p_0 e^{\gamma T} = 5.$$

Соотношение (2) между неизвестными значениями величин p_0 и T становится в этом случае

$$a = \int_0^T \left(5 - p_0 e^{\gamma t}\right) dt = 5T - p_0 \frac{e^{\gamma T} - 1}{\gamma}\ .$$

Исключив p_0, получим

$$\frac{a}{5} = T + \frac{e^{-\gamma T} - 1}{\gamma}\ ,$$

так что

$$e^{-\gamma T} = 1 + \gamma\left(\frac{a}{5} - T\right).$$

Теперь, построив графики функций T

$$y_1 = e^{-\gamma T}$$

и

$$y_2 = 1 + \gamma\left(\frac{a}{5} - T\right),$$

мы получим убывающую экспоненциальную кривую, наклон которой там, где она пересекает ось y, есть γ, и прямую линию с тем же наклоном. Прямая линия пересекает ось y в более высокой точке, чем кривая, при $T = 0$, $y_1 < y_2$. Отсюда имеется одно и только одно положительное значение величины T, при котором $y_1 = y_2$. Это значение величины T дает время полного исчерпания. Ясно, что оно окончательно.

Если кривая спроса постоянна, то вопрос о том, будет ли время до исчерпания конечным или бесконечным, зависит от того, требуется ли для исчезновения q конечное или бесконечное значение величины p. При функции спроса $q = e^{-bp}$, где b — постоянная величина, добыча будет продолжаться вечно, хотя, разумеется, с постепенно замедляющимися темпами. Если $q = \alpha - \beta p$, то все запасы будут исчерпаны в конечное время. Обычно чем выше ожидаемая цена при крайне низком темпе добычи по сравнению с ценой при более высоком темпе добычи, тем длительнее будет период работы.

3. Максимальная общественная ценность и вмешательство государства

Как и в статическом случае, в условиях свободной конкуренции при отсутствии осложняющих факторов имеется некоторая тенденция к максимизации, которую можно было бы назвать совокупной полезностью, но лучше ее назвать общественной ценностью ресурса (social value of the resource). В единицу времени эту величину можно определить как

$$u(q) = \int_0^q p(q)dq, \qquad (4)$$

где подынтегральная функция является убывающей, а верхний предел — количество, поступившее на рынок и потребленное. Если дисконтировать будущее удовольствие при процентной ставке γ, то приведенная ценность есть

$$V = \int_0^T u[q(t)]e^{-\gamma t}dt .$$

Поскольку величина $\int_0^T q dt$ постоянна, график производства $q(t)$, при котором V максимально, должен быть таким, чтобы единичное приращение в q увеличивало подынтегральную функцию одинаково как в одно, так и в другое время. Таким образом, выражение

$$\frac{d}{dq}u[q(t)]e^{-\gamma t},$$

которое в соответствии с уравнением (4) равно $pe^{-\gamma t}$, должно быть постоянным. Поименовав эту постоянную p_0, мы имеем

$$p = p_0 e^{-\gamma t},$$

результат, как и в формуле (1), полученный при рассмотрении свободной конкуренции. То, что это дает настоящий максимум, вытекает из факта, что вторая производная обычно отрицательна вследствие нисходящей кривой спроса.

Разумеется, этот вывод не дает большего основания для оправдания принципа laissez-faire в эксплуатации природных ресурсов, чем в других видах деятельности. Он показывает, что в этих идеальных условиях конкуренции нет оснований для движения за сохранение природных ресурсов. Однако в добывающей промышленности имеются расхождения с нашими предполагаемыми условиями, что приводит к использованию особенно неэкономичных способов добычи, которые можно было бы регулировать в общественных интересах. Мы молчаливо подразумеваем все эти условия полностью известными. Огромные потери возникают за счет внезапности и неожиданности открытий полезных ископаемых, приводящих к дикой борьбе за обладание ценной собственностью, что крайне разорительно для общества.

Такой характер имеет бурение «краевых скважин» по обе стороны границы владения по всему вновь открытому нефтяному бассейну. Каждый владелец должен проводить бурение и добывать драгоценную нефть как можно быстрее, иначе вся она достанется соседям. В результате за одну ночь возникает целый лес буровых вышек, каждая стоимостью 50 000 дол. и больше, в то время как более экономным было бы использование значительно меньшего количества скважин при более медленном темпе добычи. В этом случае теряются огромные объемы природного газа и нефти, так как внезапность начатых разработок делает невозможным обеспечение надлежащего хранения.[2]

Кроме неэкономичности добычи неожиданность открытий месторождений полезных ископаемых является еще одной причиной для установления государственного контроля и специального налогообложения. В связи с открытиями месторождений появляется возможность чисто случайных огромных прибылей, и при правильной государственной политике подобные прибыли не должны оставаться в частных руках. Разумеется, можно сказать, что разведчик заработал награду за приложенные усилия и риск; но можно ли сказать то же самое о владельце данного земельного участка, который обнаруживает ценность недр своей земли, просто наблюдая за результатами своих соседей, ведущих добычу и бурение?

Предприниматель должен учесть в своих расчетах рыночную ставку процента γ; но должна ли она учитываться при определении общественной стоимости и проведении оптимальной государственной политики? Если $\int_0^q p dq$ — мера общественной стоимости в единицу времени, а наименьшая величина pq является наибольшей возможной прибылью для какого-либо владельца за ту же добычу ископаемого, то это означает, что тот же самый интеграл должен использоваться для различных показателей временного предпочтения. Однако существенное различие между обоими случаями заключается в том, что ставка процента складывается из огромного количества разных факторов, в основном не зависящих от определенного товара и от рассматриваемой отрасли промышленности, и на нее не очень влияют изменения в выходе продукции данной шахты или нефтяной скважины. Следовательно, скорее всего, при решении вопроса о характере государственной политики, касающейся исчерпаемых ресурсов, не будет большой ошибкой

[2] См.: *Stocking G. W.* The Oil Industry and the Competitive System // Hart Schaffner and Marx Prize Essay. Houghton Mifflin, 1928.

использование рыночной ставки процента. Разумеется, нужно предвидеть изменения этой ставки, особенно при рассмотрении проблем отдаленного будущего. Если мы посмотрим вперед, в отдаленное будущее, когда все ресурсы Земли будут близки к исчерпанию, а человечество обречено на бедность, то можно будет ожидать очень высокой рыночной ставки процента. Однако исчерпание одного или нескольких видов ресурсов не приведет к подобным условиям.

Дисконтирование будущих ценностей u может рассматриваться с позиций, согласно которым будущие удовольствия этически эквивалентны настоящему удовольствию той же интенсивности. Ответ на это в том, что капитал производителен, будущие удовольствия для нас неясны и степень их неопределенности возрастает с удаленностью во времени, что V и u являются конкретными величинами, а не символами удовольствия. Они измеряют общественную ценность месторождения в смысле, касающемся всего производства товаров, а не собственно его полезности или счастья, которое оно может принести, так как это зависит от распределения богатства. Общественная стоимость месторождения выше, если его продукция доступна бедным, а не стала предметом роскоши. Платиновый рудник представляет собой бóльшую общественную полезность, когда платина используется для целей электротехнической и химической промышленности, чем когда она преимущественно поступает в торговлю ювелирными изделиями. Однако вопрос о распределении богатства, возможно, нужно рассматривать иначе, в связи с дифференцированным подоходным налогом и налогом на наследство, и проследить влияние различных производственных планов на общую ценность произведенных товаров. Именно по этой причине нас интересует величина V.

Общий вопрос о том, какую часть дохода должны составлять сбережения, был превосходно разработан Ф. П. Рамсеем.[3]

Драгоценные металлы, используемые в качестве денежного эталона, дают, разумеется, повод для озабоченности. Добыча золота не только дестабилизирует цены, но если пренебречь его использованием в искусстве и ремеслах, то стоимость по-

[3] *Ramsey F. P.* A Mathematical Theory of Saving // Econ. Journ. 1928. Vol. 38.

исковых работ, добычи и перевозки с рудника с общественной точки зрения убыточны.

Остается еще и другая причина для осторожности при выводе о правильности политики laissez-faire из теоретической максимизации V в условиях свободной конкуренции; эта причина состоит в том, что действительные условия, даже когда конкуренция существует, скорее всего, значительно расходятся с идеальным состоянием, которое мы постулировали. Большая производственная компания может очень просто повлиять на цену, изменив темпы реализации продукции. Здесь есть элемент монополии с тенденцией к неоправданной задержке производства и повышению цены. Этот вопрос мы рассмотрим далее, в последнем разделе работы. Проблема монополии, разумеется, распространяется и на недобывающие отрасли промышленности; но при рассмотрении исчерпаемых ресурсов мы наблюдаем некоторые черты, представляющие особый интерес; их мы сейчас и рассмотрим.

4. Монополия

Обычная теория монопольных цен руководствуется максимальной точкой на кривой

$$y = pq ,$$

где y представлен на графике как функция p или q, причем каждая из этих переменных величин является убывающей функцией другой (рис. 1).

Рассмотрим проблему, выбрав q как функцию t при условии, что

$$\int_0^\infty q\,dt = a , \tag{5}$$

так чтобы максимизировать приведенную ценность

$$J = \int_0^\infty qp(q)e^{-\gamma t}dt \tag{6}$$

прибылей владельца месторождения. Мы не ограничиваем q до роли непрерывной функции t, хотя p будет рассматриваться как непрерывная функция q с непрерывной первой произ-

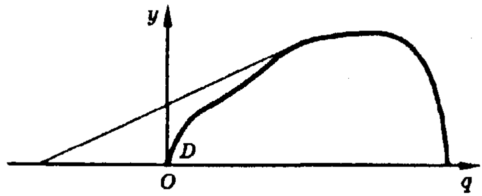

Рис. 1. $y = pq$. **Касательная вращается против часовой стрелки. Стоимость месторождения пропорциональна расстоянию до O от пересечения касательной с осью q.**

водной, которая нигде не является положительной. Верхний предел интегралов может быть принят как ∞, даже если добыча будет производиться только в течение конечного времени T; тогда $q = 0$ при $t > T$.

Это может рассматриваться, а может и не рассматриваться как проблема при расчете вариаций; некоторые определения данного предмета исключат нашу проблему, поскольку под интегралы не вводится ни одной производной; таким образом, в данном случае можно применить научные методы. Однако проблема может трактоваться очень просто при условии, что

$$qp(q)e^{-\gamma t} - \lambda q\,, \tag{7}$$

где λ — множитель Лагранжа — является максимумом при любом значении t. Следовательно, мы должны получить

$$e^{-\gamma t}\frac{d}{dq}(pq) - \lambda = 0\,, \tag{8}$$

а также

$$e^{-\gamma t}\frac{d^2}{dq^2}(pq) < 0\,. \tag{9}$$

Очевидно, уравнение (8) можно также записать в виде

$$y' = \frac{d}{dq}(pq) = p + q\frac{dp}{dq} = \lambda e^{\gamma t}\,, \tag{10}$$

в слагаемом $q\,dp/dq$ проявляется контраст с конкурентными условиями последнего раздела.

Чтобы определить константу λ, нужно решить уравнение (8) или (10) для q как функции λ и t и подставить результат в уравнение (5). Проинтегрировав от 0 до T, получим уравнение для λ, выраженное через T, и количество a, первоначально имеющееся в месторождении; в данном случае предполагается, что это количество известно. Дополнительное уравнение, требующееся для определения T, получаем, приняв $q = 0$ при $t = T$.

Обычно если p приобретает конечное значение K, в то время как q приближается к нулю при $q\,dp/dq$, также остающейся конечной величиной, то уравнения (8) или (10) могут быть записаны как

$$\frac{d(pq)}{dq} = Ke^{\gamma(t-T)}.$$

Предположим, например, что функция спроса есть

$$p = \frac{1-e^{-Kq}}{q} = K - \frac{K^2q}{2!} + \frac{K^3q^2}{3!} - \ldots,$$

где K — положительная константа. Для каждого положительного значения q это выражение положительно и имеет отрицательную производную. По мере того как q приближается к нулю, p приближается к K. Получаем

$$y = pq = 1 - e^{-Kq},$$

$$y' = Ke^{-Kq} = \lambda e^{\gamma t},$$

отсюда

$$q = \frac{\log(K/\lambda) - \gamma t}{K};$$

это выражение справедливо при t меньше T — времени окончательного исчерпания. При $t = T$ q, разумеется, равно нулю. Следовательно, приняв $q = 0$ при $t = T$, получим

$$\log\frac{K}{\lambda} = \gamma t;$$

из уравнения (5)

$$a = \int_0^T \frac{(\log(K/\lambda) - \gamma t)dt}{K} = \gamma\int_0^T \frac{(T-t)dt}{K} = \frac{\gamma T^2}{2K},$$

так что

$$T = \sqrt{\frac{2Ka}{\gamma}},$$

$$\log\frac{K}{\lambda} = \sqrt{2K\gamma a},$$

что в итоге дает

$$q = \gamma \frac{\sqrt{2Ka/\gamma} - t}{K}.$$

5. Графическое исследование: дискретные решения

Интерпретация уравнения (10) с помощью кривых на рис. 1 показывает, что темп производства — это абсцисса точки касания касательной, вращающейся против часовой стрелки. Наклон этой линии пропорционален сумме, возрастающей по сложным процентам.

Возможны другие графические построения для выражения исчерпания природных ресурсов. Построив кривую, дающую $y' = d(pq)/dq$ как функцию q (рис. 2), мы получим для наиболее прибыльного темпа добычи длину горизонтальной линии RS, которая поднимается подобно росту сложных процентов.

Волнистость построенных кривых приводит к предположению, что полученное таким образом решение не является недвусмысленным. Подобная волнистость возникает, если функция спроса равна, например,

$$p = b - (q-1)^3; \tag{11}$$

производная этой функции

$$-3(q-1)^2$$

никогда не является положительной. Здесь b постоянно, принято за 1 для случая на рис. 2. При такой функции спроса

$$y' = b - (4q-1)(q-1)^2.$$

Когда возрастающая линия RS достигает положения AC, точка S, абсцисса которой выражает темп производства, может сдвинуться по кривой до точки B и затем до точки D; она может перескочить с A до C и затем продвигаться до точки D; она может также переместиться с дуги AB в какую-либо точку между A и B. На первый взгляд может показаться, что существует другая возможность, а именно перескочить с A на C, продвинуться вверх по кривой до B и затем сделать скачок до

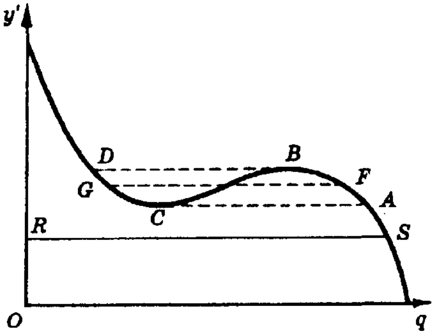

Рис. 2. Линия RS поднимается с возрастающей скоростью. Ее длина выражает убывающий темп производства.

точки D. Но это означало бы рост производства за какой-либо период. Наиболее выгодно пройти через тот же ряд величин q в обратном порядке, так как общая прибыль будет такой же, но будет получена в среднем быстрее, если в начале периода будет наиболее высокий темп производства. Следовательно, мы можем рассматривать q как всегда убывающую величину, однако в данном случае она убывает дискретно.

Значения q для данного случая, между которыми произойдет скачок, будут определены в разделе 10. Мы покажем, что максимальная прибыль будет достигнута, если монополист будет двигаться горизонтально от некой точки F на кривой AB до точки G на кривой CD.

6. Ценность монопольного месторождения

Чтобы найти приведенную ценность

$$J_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} pqe^{-\gamma t}dt$$

прибылей, которые будут получены в любом интервале между t_1 и t_2, когда максимизирующее значение q является непрерывной функцией t, мы интегрируем по частям:

$$J_{t_1}^{t_2} = \frac{-pqe^{-\gamma t}}{\gamma}\Bigg|_{t_1}^{t_2} + \frac{1}{\gamma}\int_{t_1}^{t_2} \frac{d(pq)}{dq}\frac{dq}{dt}e^{-\gamma t}dt.$$

Если положить

$$y = pq \tag{12}$$

и применить уравнение (10), то последний интеграл принимает простую форму, допускающую прямое интегрирование. В результате после применения (10) также для исключения $e^{-\gamma t}$ из первого члена получим

$$J_{t_1}^{t_2} = \frac{\lambda}{\gamma}\left(q - \frac{y}{y'}\right)\Bigg|_{t_1}^{t_2}. \tag{13}$$

Теперь, продифференцировав (12), найдем

$$qy' = y + q^2\frac{dp}{dq}.$$

Отсюда уравнение (13) может быть записано

$$J_{t_1}^{t_2} = \frac{\lambda}{\gamma}\frac{q^2}{y'}\frac{dp}{dq}\Bigg|_{t_1}^{t_2}. \tag{14}$$

Выражения (13) и (14) дают возможность очень просто вычислить дисконтированные прибыли. Их обоснованность будет продемонстрирована в разделе 10, включая случаи, когда q является дискретной величиной.

Выражение

$$q - \frac{y}{y'},$$

которое появляется в уравнении (13), представляет, согласно рис. 1, разность между абсциссой и подкасательной какой-либо точки на кривой. Следовательно, оно равно расстоянию слева от начала координат до точки, где касательная к кривой встречается с осью q.

В данных обозначениях ценность месторождения при $t = 0$ есть J_0^T. Она в λ/γ раз больше расстояния от начала координат до точки пересечения с отрицательной осью x первоначальной касательной к кривой прибыли монополии.

7. Замедление производства в условиях монополии

Хотя темп производства может страдать от перерывов в работе, несмотря на то что функция спроса имеет непрерывную производную, эти перерывы всегда происходят во время действующего производства и никогда в конце. Со временем q постепенно сползет к нулю. Это означает, что наивысшая точка на кривой рис. 2 соответствует $q = 0$.

Чтобы доказать это, мы используем характерное монотонное изменение величины p как функции q, которое показывает, что выражение

$$y'(q) = p(q) + qp'(q)$$

при положительных значениях величин q меньше $p(q)$ и что $p(q)$ в свою очередь меньше $p(0)$. Отсюда кривая на оси y' поднимается выше, чем при любом максимальном уровне.

Продолжительность монопольной эксплуатации является конечной или бесконечной в зависимости от того, достигает ли y' конечного или бесконечного значения, когда q приближается к нулю. Это условие несколько отличается от условий разработки месторождения при наличии конкуренции, где было установлено, что конечное значение величины p по мере приближения q к нулю необходимо и достаточно для конечного времени. Оба условия согласуются, если p не останется конечной величиной, когда величина $qp'(q)$ станет бесконечной; в этом случае кривая спроса достигает оси p и является касательной к ней с большей площадью контакта, чем первая. В подобном случае период работы является конечным в условиях конкуренции, но бесконечным при монополии. Весьма вероятно, что подобный, по всей видимости исключительный, случай существует в действительности. Это показывает изучение общих свойств функции предложения и спроса, где используется теория кривых распределения; это весьма занимательная тема, но она не будет рассматриваться в данной статье.

Подобное исследование показывает, что нужно ожидать контакта очень высокого порядка кривой спроса с осью p и, значит, весьма возможно, что монополистическая эксплуатация исчерпаемых ресурсов будет продолжаться неизмеримо дольше, чем в условиях конкуренции или чем это требовала бы максимизация общественной ценности. Это просто часть общей тенденции, согласно которой в условиях монополии производство замедляется.

8. Влияние накопленной продукции на цену

Цена-нетто p на единицу продукта, полученная владельцем месторождения, зависит не только от текущего темпа производства, но и от прошлого производства. Накопленная продукция влияет как на спрос, так и на предложение. Стоимость добычи ископаемого возрастает по мере углубления шахты, а долговечные материалы, такие как золото и алмазы, накапливаясь, влияют на рынок. При рассмотрении этого влияния нельзя избежать расчетов вариаций; следующая формулировка включает в качестве специальных случаев ранее рассматриваемые ситуации.

Пусть x — количество, добытое из шахты, $q = dx/dt$ — текущий темп производства, a — первоначальное количество ископаемого в месторождении. Тогда p является функцией x, а также функцией q и t. Приведенная прибыль за время $t = 0$, равная ценности месторождения в этот период, составит

$$\int_0^\infty p(x, q, t)qe^{-\gamma t}dt\,. \tag{15}$$

Если исчерпание должно наступить за конечное время T, то мы можем предположить, что $q = 0$ при $t > T$, т. е. T становится верхним пределом. Положим,

$$f(x, q, t) = pqe^{-\gamma t}\,.$$

Тогда владелец месторождения (предполагается, что он владеет им монопольно) не может поступить лучше, чем отрегулировать свое производство таким образом, чтобы

$$\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial f}{\partial q} = 0\,.$$

Если f не содержит x, то первый член равен нулю и мы получаем предыдущий случай монопольного производства.

Обычно дифференциальное уравнение является уравнением второго порядка в x, так как $q = dx/dt$ и требует, таким образом, двух конечных условий. Одно из них: $x = 0$ при $t = 0$. Другой конец кривой, представляющий x как функцию t, может быть в любом месте на линии $x = a$, или кривая может иметь эту линию как асимптоту. Эту неопределенность можно решить, снова напомнив условие, что приведенная прибыль — максимум. Полученное таким образом «условие трансверсальности»

$$f - q\frac{\partial f}{\partial q} = 0\,,$$

т. е.

$$q^2\frac{\partial p}{\partial q} = 0\,,$$

эквивалентно утверждению, что если p всегда убывает с возрастанием q, то кривая касательна или асимптотична к линии $x = a$. Таким образом, в конечном счете q непрерывно нисходит к нулю.

Например, предположим, что q, x и t все вместе влияют на цену-нетто линейно. Таким образом,

$$p = \alpha - \beta q - cx + gt\,.$$

Обычно α, β и c положительны, но g может иметь любой знак. Рост населения и рост цен для потребителей конкурирующих исчерпаемых ресурсов приведут к образованию положительного значения величины q. С другой стороны, прогресс науки может привести к постепенному вводу новых материалов, заменяющих данный ресурс; в результате будет иметь место тенденция к отрицательному значению q. Исчерпание дополнительных материалов также задаст тенденцию к отрицательному значению q.

Дифференциальное уравнение редуцируется при данной линейной функции спроса до линейной формы:

$$2\beta\frac{d^2x}{dt^2} - 2\beta\gamma\frac{dx}{dt} - c\gamma x = -g\gamma t + g - \alpha\gamma\,.$$

Так как β, c и γ — положительные величины, корни вспомогательного уравнения действительны и имеют противоположные знаки. Пусть m обозначает положительный, а n — отрицательный корень. Поскольку

$$m - n = \gamma\,,$$

m численно больше n. Решение следующее:

$$x = Ae^{mt} + Be^{-nt} + \frac{gt}{c} - 2\beta\frac{g}{c^2} - \frac{g}{c\gamma} + \frac{\alpha}{c}\,,$$

откуда

$$q = Ame^{mt} - Bn^{-nt} + \frac{g}{c}.$$

Так как $x = 0$ при $t = 0$,

$$A + B - 2\beta\frac{g}{c^2} - \frac{g}{c\gamma} + \frac{\alpha}{c} = 0.$$

Так как $x = a$ и $q = 0$ в момент окончательного истощения T,

$$Ae^{mT} + Be^{-nT} + \frac{gT}{c} - 2\beta\frac{g}{c^2} - \frac{g}{c\gamma} + \frac{\alpha}{c} - a = 0,$$

$$Ame^{mT} - Bne^{-nT} + \frac{g}{c} = 0.$$

Исключим из этих уравнений A и B, приравняв нулю определитель их коэффициентов и членов, не содержащих A или B. Умножив первый столбец определителя на e^{-mT} и второй на e^{nT}, получим

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^{-mT} & e^{nT} & -2\beta\frac{g}{c^2} - \frac{g}{c\gamma} + \frac{\alpha}{c} \\ 1 & 1 & \frac{gT}{c} - 2\beta\frac{g}{c^2} - \frac{g}{c\gamma} + \frac{\alpha}{c} - a \\ m & -n & \frac{g}{c} \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрыв формулу и применив соотношения $m - n = \gamma$ и $mn = c\gamma/2\beta$, мы получим для Δ и ее производной по T

$$\Delta = \left(e^{-mT} - e^{nT}\right)\frac{g}{c} + \left(ne^{-mT} + me^{nT}\right)\left(\frac{gT}{c} - 2\beta\frac{g}{a^2} - \frac{g}{c\gamma} + \frac{\alpha}{c} - a\right) +$$

$$+ (m + n)\left(2\beta\frac{g}{c^2} + \frac{g}{c\gamma} - \frac{\alpha}{c}\right),$$

$$\Delta' = \left(e^{nT} - e^{-mT}\right)\left(T - \frac{1}{\gamma} + \frac{\alpha - ac}{g}\right)\frac{g\gamma}{2\beta}.$$

Последнее выражение можно использовать, применяя метод Ньютона для нахождения T. Очевидно, производная меняет знак только при одном значении T: при этом значении величина Δ минимальна, если q положительно, и максимальна, если q отрицательно.

Мы можем измерить время в таких единицах, что процентная ставка, γ, будет равна единице. Если деньги стоят 4%, вычисленные как сложные проценты поквартально, то единица времени будет около 25 лет и одного месяца. При этом допущении рассмотрим пример, где имеется вековая тенденция роста цены, которую потребители согласны заплатить: примем $\alpha = 100$, $\beta = 1$, $c = 4$, $g = 16$ и $a = 10$. Сумма-нетто, полученная на единицу, в данном случае есть

$$p = 100 - q - 4x + 16t\,.$$

Подставив значения констант и отметив, что $m = 2$, а $n = 1$, получим

$$\Delta = \begin{vmatrix} e^{-2T} & e^{T} & 19 \\ 1 & 1 & 4^{T}+9 \\ 2 & -1 & 4 \end{vmatrix} = (8T-14)e^{T} + (4T+13)e^{-2T} - 57\,,$$

$$\Delta' = \left(e^{T} - e^{-2T}\right)(8T+22).$$

Очевидно, что $\Delta < 0$ при $T = 0$, $\Delta = +\infty$ при $T = \infty$ и $\Delta' > 0$ для всех положительных значений T. Следовательно, $\Delta = 0$ имеет один и только один положительный корень.

Для пробного значения $T = 1$ мы имеем

$$\Delta = 5.10\,,\ \ \Delta' = 77.5\,.$$

Применив к T поправку $-\Delta/\Delta' = -0.07$, примем $T = 0.93$ в качестве второго приближения. При этом значении T

$$\Delta = -0.06\,,\ \ \Delta' = 70.0\,,$$

откуда

$$-\Delta/\Delta' = -0.001\,.$$

Следовательно, наиболее прибыльный график добычи приведет к исчерпанию шахты приблизительно за 0.931 единицы времени, или приблизительно за 23 года и 4 месяца; возможно, это удивительно короткое время ввиду перспективы получения неопределенно более высокой цены в будущем при темпе роста добычи 16 в единицу времени.

Для обеспечения бесконечной работы шахты необходимо не только, чтобы цена росла бесконечно, но и чтобы в итоге она возрастала по крайней мере так же быстро, как и сложный процент.

Последние два уравнения для определения A и B теперь принимают вид, поскольку $e^{2T} = 6.4366$ и $e^{-T} = 0.3942$,

$$6.4366A + 0.3942B + 12.724 = 0\ ,$$
$$12.8732A - 0.3942B + 4 = 0\ .$$

Отсюда $A = -0.866$; $B = -18.13$; таким образом,

$$x = -0.866e^{2t} - 18.13e^{-t} + 4t + 19\,.$$

При проверке мы видим, что это выражение для x исчезает, когда $t = 0$.

Дифференцируя, получаем

$$q = -1.732e^{2t} + 18.13e^{-t} + 4\,,$$

что показывает, как темп производства начинается с 20.40 и постепенно снижается до нуля. Подставив в допускаемое выражение цену-нетто, получим решение

$$p = 100 - q - 4x + 16t = 20 + 5.196e^{2t} + 54.39e^{-1}\ ,$$

показывающее спад с 79.60 в начале до 74.90 в момент истощения вследствие возросших затрат на добычу глубже залегающих запасов. Разумеется, покупатель платит возрастающую, а не убывающую цену, а именно

$$p + 4x = 100 - q + 16t = 96 + 1.732e^{2t} - 18.13e^{-t} + 16t\,.$$

Цена возрастает с 79.60 до 114.90.

9. Оптимальный курс

С целью изучения оптимального для общества курса эксплуатации месторождения в отличие от графика, который мог бы принять хорошо информированный, но действующий исключительно в эгоистических целях владелец месторождения, обобщим выводы раздела 3. Вместо уровня прибыли pq теперь мы должны иметь дело с общественным доходом в единицу времени

$$u = \int_0^q p(x, q, t)dq ,$$

где x и t остаются постоянными при интегрировании. Приняв снова рыночную ставку процента в качестве приемлемого коэффициента дисконтирования будущих прибылей, мы полагаем

$$F = ue^{-\gamma t}$$

и посмотрим, какая кривая разработки месторождения даст максимальную общую приведенную общественную ценность:

$$V = \int F dt .$$

Характеристическое уравнение

$$\frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial q} = 0$$

редуцируется к

$$\frac{\partial p}{\partial q}\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{dt} - \gamma p = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Начальное условие: $x = 0$ при $t = 0$. Точка на другом конце кривой может передвигаться по линии $x - a = 0$, где a — первоначальный запас в месторождении. Условие трансверсальности,

$$F - q\frac{\partial F}{\partial q} = 0,$$

редуцируется к

$$u - pq = 0 .$$

Это условие удовлетворяется только при $q = 0$, в противном случае мы имели бы уравнение

$$p = \frac{1}{q}\int_0^q p dq ,$$

устанавливающее, что конечная цена является средней из потенциальных цен, соответствующих низким значениям q. Так как предполагается, что p уменьшается с возрастанием q, то это невозможно. Даже если $\partial p/\partial q = 0$ в изолированных точках, это уравнение будет невозможным, если, как это всегда считалось, производная на каком-либо участке отрицательна. Отсюда $q = 0$ в момент исчерпания.

Если, как в разделе 8, мы предположим, что функция спроса линейна,

$$p = \alpha - \beta q - cx + gt ,$$

то характеристическое уравнение станет

$$\beta \frac{d^2x}{dt^2} - \beta\gamma \frac{dx}{dt} - c\gamma x = -g\gamma t + g - \alpha\gamma .$$

Это уравнение отличается от соответствующего характеристического уравнения для монополии только тем, что 2β в данном случае заменяется на 2. В некотором смысле это значит, что падение цены, или предельной полезности, с ростом предложения вдвое больше влияет на темп добычи, когда цена находится под контролем монополиста, чем могли бы гарантировать меры, направленные на защиту общественного благосостояния.

Анализ раздела 8 может быть применен к данному случаю без каких-либо качественных изменений. Значения m и n зависят от β, и, следовательно, они изменены. Время, T, до окончательного исчерпания будет сокращено, если нужно будет максимизировать общественную ценность, а не монопольную прибыль. В числовом примере определено, что T равно 0.931 единицы времени в условиях монополии. Повторив вычисление для случая, где целью является максимальная общественная ценность, мы получим в качестве наилучшего значения только 0.6741 единицы времени.

При разных значениях констант, даже при линейной функции спроса, математические вычисления могут быть менее просты. Например, выражение $\Delta = 0$ может иметь два положительных корня вместо одного. Это может иметь место, если мы будем варьировать выбранный числовой пример, допустив, что знак q изменен на обратный; благодаря постепенному открытию заменителей прямое воздействие течения времени будет заключаться в уменьшении цены вместо ее увеличения. В подобных случаях необходимо дальнейшее исследование двух возможных кривых роста, чтобы определить, согласно нашей цели, какая из них даст бо́льшую монопольную прибыль или общую приведенную общественную ценность.

10. Дискретные решения

Даже если темп производства q является дискретным, как в примере, рассмотренном в разделе 5, условие, согласно которому величина $\int f dt$ должна быть максимальной, требует, чтобы каждая величина

$$\frac{\partial f}{\partial q}, \quad f - q\frac{\partial f}{\partial q}$$

была тем не менее непрерывной.[4] Это будет справедливо, означает ли f приведенную монопольную прибыль или общую приведенную полезность.

Уравнение (8) может быть записано следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial q} = \lambda ,$$

оно показывает, что, поскольку левый член непрерывен, λ должна иметь одно и то же значение до и после разрыва.

Когда p является функцией только q, обе непрерывные величины можно записать, пользуясь обозначениями раздела 4: $y'e^{-\gamma t}$ и $(y - qy')e^{-\gamma t}$, откуда видно, что y' и $y - qy'$ непрерывны. Таким образом, выражение $(\lambda/\gamma)(q - y/y')$, появившееся в уравнении (13), является непрерывным. Следовательно, выражения (13) и (14), относящиеся к различным временным интервалам, можно просто сложить и получить выражение той же формы. Отсюда нынешняя ценность дисконтированных будущих прибылей рудника, а следовательно, и самого рудника, в подобных случаях представляет собой разность между значениями

$$\frac{\lambda(q - y/y')}{\gamma}$$

в настоящее время и в момент исчерпания.

---

[4] *Caratheodory C.* Über die diskontinuirlichen Lösungen in der Variationsrechnung : Thesis. Göttingen, 1904. S. 11. Условие, что первая из этих величин должна быть непрерывной, дано в учебниках, но по некоторым соображениям вторая величина обычно опускается.

Теперь мы готовы ответить на вопросы, поставленные в конце раздела 5, касающиеся разрыва в производстве, который заложен в график наиболее прибыльного производства при функции спроса

$$p = b - (q-1)^3.$$

Поскольку в данном случае

$$f = pqe^{-\gamma t} = \left[bq - q(q-1)^3\right]e^{-\gamma t},$$

обе величины,

$$b - (4q-1)(q-1)^2,$$
$$3q^2(q-1)^2,$$

непрерывны. Следовательно,

$$(4q-1)(q-1)^2$$

и

$$q^2(q-1)^2$$

непрерывны. Если q_1 обозначает темп производства как раз перед внезапным скачком, а q_2 — начальный темп производства после скачка, то это значит, что

$$(4q_1-1)(q_1-1)^2 = (4q_2-1)(q_2-1)^2,$$
$$q_1^2(q_1-1)^2 = q_2^2(q_2-1)^2.$$

Единственное допустимое решение здесь

$$q_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4} = 1.1830, \quad q_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4} = 0.316\,99.$$

11. Критерии для истинного максимума

Уравнения, приведенные для определения графика производства, обеспечивающего максимальную прибыль или общественную ценность, являются необходимыми, но недостаточными условиями для получения наибольших значений, подобно исчезновению первой производной в дифференциальных исчислениях. Мы должны также рассмотреть более определенные критерии.

Интегралы, используемые при решении задач исчерпаемых ресурсов, должны быть максимальными, не обязательно для наиболее общего типа возможной вариации кривой, а только для так называемых особенно слабых вариаций. Природа экономической ситуации как будто устраняет все вариации, влекущие поворот времени назад, возрастание темпа производства, одновременное удерживание двух различных темпов производства или изменение производства с бесконечной скоростью. Внезапные увеличения производства обычно влекут за собой специальные затраты, возникающие только в неожиданных условиях; их следует избегать при долгосрочном планировании. Подобным же образом внезапный спад влечет за собой огромные социальные потери, такие как безработица, которую даже эгоистичный монополист нередко старается предотвратить. Это будет рассмотрено в следующем разделе. Действительно, возможно, что в некоторых особых случаях эти «сильные» вариации могут приобрести некоторое экономическое значение, но подобное положение может вызвать другие силы, отличающиеся от тех, с которыми обычно имеет дело экономическая теория.

Применяемые критические критерии в ходе дальнейших рассуждений сокращаются до двух: это критерии Лежандра и Якоби.[5] Согласно критерию Лежандра, для обеспечения максимума общей приведенной полезности или общественной ценности (раздел 9) нужно, чтобы

$$\frac{\partial^2 u}{\partial q^2} = \frac{\partial p}{\partial q} < 0,$$

условие, всегда необходимое для получения экономии в исключительных случаях. Для того чтобы выбранная кривая дала истинный максимум, критерий Лежандра требует, чтобы

$$\frac{\partial^2 (pq)}{\partial q^2} = 2\frac{\partial p}{\partial q} + q\frac{\partial^2 p}{\partial q^2} < 0.$$

Это значит, что кривая на рис. 1 выпукла и направлена вверх во всех точках, соприкасающихся с вращающейся касательной. Вогнутые участки, если таковые имеются, не соприкасаются с касательной, создавая разрывы в темпе производства.

[5] *Forsyth A. R.* Calculus of Variations. Cambridge, 1927. P. 17–28.

Когда найдено решение характеристического уравнения в виде

$$x = \varphi(t, A, B),$$

где A и B являются произвольными константами, критерий Якоби требует, чтобы выражение

$$\frac{\partial\varphi/\partial A}{\partial\varphi/\partial B}$$

не принимало одно и то же значение для двух различных значений t. Для примера, приведенного в разделе 8, это критическое значение просто равно $e^{(m+n)t}$, что явно удовлетворяет требованию критерия. Решение дает реальный, а не иллюзорный максимум прибыли монополиста. Подобное решение справедливо для графика производства, максимизирующего общую приведенную полезность при той же самой функции спроса. Однако каждый случай должен быть рассмотрен отдельно, поскольку критерий может в некоторых случаях показать, что кажущийся максимум может быть улучшен.

12. Необходимость стабильности производства

Функция спроса, дающая p, может включать не только темп производства q, но также и темп изменения q' значения q. Такое условие покажет двойственность по отношению к условию, рассмотренному К. Ф. Русом[6] и Дж. К. Ивансом,[7] утверждающими, что количество товара, которое может быть продано в единицу времени, обычно зависит от темпа изменения цены, а также от самой цены. Если p — функция x, q, q' и t, то максимум монопольной прибыли или общественной ценности может быть получен только при условии, что ход разработки месторождения удовлетворяет дифференциальному уравнению четвертого порядка.

---

[6] *Roos C. F.* 1) A Dynamical Theory of Economics // Journ. Polit. Econ. 1927. Vol. 35. P. 632 and references there given; 2) A Mathematical Theory of Depreciation and Replacement // Amer. Journ. Math. 1928. Vol. 50. P. 147.

[7] *Evans G. C.* The Dynamics of Monopoly // Amer. Math. Monthly. 1924. Vol. 31; Mathematical Introduction to Economics. McGraw-Hill, 1930.

Для более общего случая мы могли бы предположить, что p и темп его изменения p' связаны с x, q, q' и t отношением

$$\varphi(p, p', x, q, q', t) = 0\,.$$

Это задача Лагранжа, которую можно решать известными способами.[8] Дальнейшее обобщение заключается в предположении, что цена, количество и их производные зависят от соотношений функции спроса, которые также включают один или несколько интегралов, показывающих влияние прошлых цен и уровней потребления.[9]

Капиталовложения в разработку месторождения и в связанные отрасли промышленности являются причиной необходимости стабильности производства; другой причиной является желательность постоянной занятости. В понятие «капитал» можно также включить затраты как нанимателей, так и работников при отвлечении их на данное месторождение из других местностей и занятий. Возвращение этих работников к другим занятиям с упадком производства нужно рассматривать как часть общественных затрат. Войдет это или нет в затраты владельца месторождения — будет зависеть от того, получили ли работники в начале достаточную информацию, а также от позиции работников на рынке труда, достаточно прочной, чтобы они могли настаивать на компенсации их расходов в связи с возвращением к прежним занятиям.

Задачи, где стабильность капиталовложений играет некоторую роль в определении графиков производства, могут решаться путем ввода новых переменных x_1, x_2,..., чтобы представить различные типы имеющихся капиталовложений. Хотя эти переменные непрерывны, задача заключается в максимизации интеграла, включающего x, x_1, x_2,... и их производные с помощью хорошо известных способов. Система уравнений

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial f}{\partial x_i'} = 0 \quad \left(i = 0, 1, 2, \ldots;\ x_0 = x;\ x_i' = \frac{dx_i}{dt}\right)$$

необходима для обеспечения максимума. Обесценивание шахтного оборудования приводит к подобного рода рассуждениям.

---

[8] Ср.: *Bliss G. A.* The Problem of Lagrange in the Calculus of Variation (mimeographed by O. E. Brown). (University of Chicago Bookstore).

[9] См.: *Roos C. F.* Generalized Lagrange Problems in the Calculus of Variations // Transactions Amer. Math. Soc. 1927. Vol. 30. P. 360.

Все случаи, рассмотренные ранее в этой статье, приводят к решениям, где темп производства какого-либо рудника всегда снижается. Рассмотрев влияние постоянных капиталовложений и затраты от ускорения производства, мы можем вывести кривые производства, которые непрерывно повышаются от нуля до максимума, а затем падают медленнее, чем возрастали, по мере приближения исчерпания ресурса. Существование некоторых кривых производства этого типа во всех отраслях добывающей промышленности, например в нефтяной,[10] найдено статистически.

13. Налоги на ценность капитала и налоги на добытые ископаемые

Непредвиденный налог на ценность месторождения будет иметь только один эффект: перевод в государственную казну части дохода владельца месторождения. Ожидаемый налог при ставке α в год, выплачиваемый постоянно, окажет то же воздействие на ценность месторождения и график производства, что и увеличение процентной ставки на α. Докажем это.

Вычтем из дохода месторождения pq за время t налог $\alpha J(t)$. Следовательно, ценность во время τ есть

$$J(\tau) = \int_{\tau}^{T} [pq - \alpha J(t)] e^{-\gamma(t-\tau)} dt \, .$$

Это интегральное уравнение в J редуцируется путем дифференцирования до дифференциального уравнения

$$J'(\tau) = -pq + \alpha J(\tau) + \gamma J(\tau) \, .$$

Решение найдено с помощью хорошо известных способов. Постоянная интегрирования вычисляется с помощью условия, что $J(T) = 0$. Получаем

$$J(\tau) = \int_{\tau}^{T} pq e^{-(\alpha+\gamma)(t-\tau)} dt \, ;$$

таким образом, α просто складывается с γ.

---

[10] *Orstrand C. E. van.* On the Empirical Representation on Certain Production Curves // Journ. Washington Acad. Sci. 1925. Vol. 15. P. 19.

Совсем иного рода налог представляет собой налоговый сбор с добытых ископаемых (severance tax).[11] Подобный высокий налог на единицу добытого сырья создает тенденцию к консервации. Обычная теория монополии неисчерпаемых ресурсов предполагает, что бремя подобного налога поровну распределяется между монополистом и потребителем в случае линейной функции спроса. Однако в случае исчерпаемых ресурсов распределение налога происходит в другой пропорции, изменяющейся в зависимости от времени и от количества оставшегося ресурса. Действительно, в результате этого налога со временем цена станет ниже, чем если бы налога не было.

Рассмотрим линейную функцию спроса

$$p = \alpha - \beta q$$

и для упрощения не примем во внимание затраты производства. Чистая прибыль после уплаты налога υ на единицу добытого сырья составит

$$(p - \upsilon)q = (\alpha - \upsilon)q - \beta q^2.$$

[11] Это вариант налога ad valorem. Очень обширная информация и дискуссии относительно этих налогов содержатся в двухгодичном отчете налоговой комиссии штата Миннесота (Report of the Minnesota State Tax Commission. St. Paul, 1928). На с. 111 этого отчета говорится, что в штате Алабама с 1927 г. взимался налог на добытые ископаемые по 2.5 % с тонны угля, 4.5% с тонны железной руды и 3 % с продукции каменоломен; в Монтане налоги на добытый уголь составляют 5% с тонны; в Арканзасе налог составляет 2.5% с полной стоимости всех природных ресурсов, за исключением угля и древесины; на тонну угля налог составил 1%, и 7% на 1000 футов древесины в досках. В Миннесоте налог на добытую железную руду — 6% стоимости минус затраты на рабочую силу и на горнодобывающее оборудование; кроме того, в этом штате железорудное месторождение оценивается выше других видов собственности по сравнению с общим налогом на собственность. Эти налоги не основаны только на идее сохранения. Цель в данном случае состоит в обложении налогом лиц за пределами штата, или «сохранении для штата его природного наследия». Поскольку Миннесота производит около двух третей железной руды США, цель распространения налогов на природные ресурсы за пределы штата несомненно достигается таким путем. Налоги на мексиканскую нефть преследуют ту же цель. Налоговая комиссия штата Миннесота полагает, что изыскания руд практически прекратились вследствие высоких налогов.

Как и в разделе 4, производная возрастает как сложный процент:

$$\alpha - v - 2\beta q = \lambda e^{\gamma t}.$$

Поскольку в конечном счете $q = 0$ и $t = T$, мы получим

$$\alpha - v = \lambda e^{\gamma T}.$$

Затем, исключив λ, решаем уравнение относительно q:

$$q = \left[1 - e^{\gamma(t-T)}\right]\frac{\alpha - \gamma}{2\beta}.$$

Соотношение времени истощения T с количеством, первоначально имеющимся в месторождении, определяется уравнением

$$a = \int_0^T q dt = \frac{\left(\gamma T + e^{-\gamma T} - 1\right)(\alpha - v)}{2\beta\gamma};$$

отсюда

$$dT = \frac{2\beta\alpha\, dv}{(\alpha - v)^2\left(1 - e^{-\gamma T}\right)},$$

что показывает, насколько может увеличиться время эксплуатации месторождения в результате небольшого налога на добытое ископаемое. Влияние налога на темп производства за время t:

$$dq = \frac{\partial q}{\partial v}dv + \frac{\partial q}{\partial T}dT = dv\frac{-1 + e^{\gamma(t-T)}\left[1 + 2\beta\gamma x/(\alpha - v)\left(1 - e^{-\gamma T}\right)\right]}{2\beta}.$$

Из формы функции спроса следует, что возрастание цены за время t есть

$$dp = -\beta dq = dv\left\{\frac{1}{2} - e^{\gamma(t-T)}\left[\frac{1}{2} + \frac{\beta\gamma\alpha}{(\alpha - v)\left(1 - e^{-\gamma T}\right)}\right]\right\}.$$

Если значение α очень велико, то таково же и значение T; выражение в фигурных скобках будет при умеренных значениях t бесконечно мало отличаться от $1/2$, сведясь к случаю монополии при неограниченных запасах ископаемых. Однако dp всегда будет меньше $(1/2)dv$ и при приближении исчерпания упадет и станет отрицательным. В итоге при $t = T$ цена для покупателей на предметы, облагаемые налогом, станет меньше на

$$\frac{\beta\gamma\alpha v}{(\alpha - v)(1 - e^{-\gamma T})},$$

чем была бы окончательная цена при отсутствии налога. Цена тем не менее будет столь высока, что товаров будет покупаться очень мало.

Налог на монополиста, который вынудит его снизить свои цены, напоминает парадокс Эджуорта, касающийся таксы на железнодорожные билеты первого класса, что заставляет монопольных (и нерегулируемых) владельцев наиболее прибыльных линий снижать цены на билеты как первого, так и третьего класса, причем сами они налог платят.[12] Однако случай с рудником значительно отличается от примера Эджуорта и не может быть приравнен к нему, если рассматривать руду, добытую в разное время, как разный товар. Действительно, в простом случае добывающей экономики, который мы сейчас рассматриваем, связь между спросами в различное время не коррелирована, сырье, поставляемое на рынок теперь и в будущем, не дополняет друг друга и не конкурирует друг с другом. С другой стороны, коррелированный спрос какого-нибудь специального типа был основной чертой феномена Эджуорта.

Дальнейшее снижение цены и продолжение срока эксплуатации рудника или шахты в результате налога на добытое ископаемое не характерны для линейной функции спроса, но остаются в силе для любой убывающей функции спроса $p(q)$, наклон которой всегда конечен. Это общее предположение не зависит от того, что налог мал.

Вывод, полученный для линейного случая, что распределение бремени налога более благоприятно для потребителя, чем в случае неисчерпаемого предложения, вероятно, верен в целом; по крайней мере это показывает изучение большого числа кривых спроса. Однако это общее предположение очень трудно доказать.

Поскольку налог на добытое ископаемое отдаляет исчерпание месторождения, падает в значительной степени на монополиста и ведет в конечном счете к действительному снижению

---

[12] Econ. Journ. 1897. Vol. 7. P. 231; *Edgeworth F.* Papers Relating to Political Economy. London : Mcmillan, 1925.

цены, то кажется, что это хороший налог. Особенно он достоин похвалы, если монополист рассматривается как *несправедливо* владеющий своей собственностью и нет других практически осуществимых средств отнять у него такую большую часть его собственности, кроме налога на добытое ископаемое. Однако в результате этого налога общее благосостояние может скорее уменьшиться, чем возрасти. Рассмотрим, как в разделе 3, интеграл u цен p, которые покупатели готовы заплатить за количества, меньшие, чем поставляемые в настоящее время на рынок, и временной интеграл U значений u с поправкой на процент, тогда мы получим в только что рассмотренном случае линейного спроса

$$u = \int_0^q (\alpha - \beta q)dq = \alpha q - \frac{1}{2}\beta q^2 .$$

Анализируя часть этого общественного дохода, идущую в пользу потребителей, мы должны вычесть часть pq, которую они платят монополисту, т. е. сумму, из которой монополист должен вычесть налог в пользу государства. Но общая сумма всех этих доходов — u, на которую налог влияет только так, как он воздействует на темп производства q.

Если для упрощения мы измерим время в таких единицах, что $\gamma = 1$, то темп производства, определенный ранее в данном разделе, становится

$$q = \frac{(1 - e^{t-T})(\alpha - v)}{2\beta} .$$

Подставив это уравнение в выражение для u, а результат в U, мы получим

$$U = \int_0^T ue^{-t}dt = (\alpha - v)\frac{4\alpha(1 - e^{-T} - Te^{-T}) - (\alpha - v)(1 - 2Te^{-T} - e^{-2T})}{8\beta} .$$

Дифференцируем U и затем, чтобы рассмотреть влияние небольшого налога, примем $v = 0$. Упростим результат до

$$\frac{\partial U}{\partial v} = -\frac{(1 - e^{-T})^2\alpha}{4\beta} ,$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{[(T + 1)e^{-T} - e^{-2T}]\alpha^2}{4\beta} .$$

Из начального запаса ископаемого в месторождении,

$$a = \frac{T + e^{-T} - 1}{2\beta},$$

получим

$$\frac{dT}{dv} = \frac{2\beta a}{\alpha^2(1 - e^{-T})},$$

когда $v = 0$. Подставив сюда предшествующее значение величины a, мы получим после упрощения

$$\frac{dU}{dv} = \frac{\partial U}{\partial v} + \frac{\partial U}{\partial T}\frac{dT}{dv} = \frac{\alpha}{4\beta}\frac{e^T + e^{-T} - 2 - T^2}{e^T - 1}.$$

Числитель последней дроби может быть раскрыт в сходящиеся ряды степени T, где все члены положительны. Отсюда значение dU/dv — отрицательно.

Таким образом, наибольший налог на монополизированный ресурс приведет к уменьшению его общей общественной ценности, по крайней мере при условии, что функция спроса линейна. Но еще не решена задача, является ли это справедливым для функции спроса в целом.

Здесь мы предположим, что налог v является величиной постоянной, неизменной и полностью предсказуемой. Поскольку непредвиденный налог даст непредвиденный результат, вряд ли нам удастся выстроить общую теорию для подобных налогов. Однако любой налог, сумма которого изменяется со временем, определенным заранее установленным образом, даст предсказуемые результаты. В связи с этим интересной задачей является выбор шкалы налоговых ставок v, которая может включать такие значения темпа производства, q, и совокупной добычи, x, а также времени, чтобы, когда монополист выберет график производства, обеспечивающий максимизацию его прибыли, общественная ценность U была больше, чем при любой другой принятой налоговой ставке. Это приводит нас к решению задачи типа задачи Лагранжа в расчетах вариаций, где точка на одном конце переменна. Примем $q = dx/dt$ и

$$J = \int_0^T f(x, q, v, t)dt, \quad U = \int_0^T F(x, q, t)dt.$$

Задача заключается в том, чтобы выбрать значение v в соответствии с дифференциальным соотношением

$$\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial q}+\frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial q}\right)=0$$

таким образом, чтобы U было максимальным. Разумеется, возможно получить еще большее значение U, по крайней мере теоретически, при общественном владении и эксплуатации.

14. Доход рудника и истощение

Мы не касаемся подоходного налога, за исключением случая определения суммы дохода с какого-либо месторождения. Одной из затруднительных задач является определение налоговой скидки при истощении (depletion). Как уже было сказано, считается, что в случае, если ценность добытой руды может быть объявлена равной вычету из дохода, добывающая компания, не имеющая иного дохода, кроме дохода от продажи руды, может быть полностью освобождена от уплаты подоходного налога. Ошибочность подобного утверждения можно показать на примере ценности месторождения во время t:

$$J(t)=\int^{T} pqe^{-\gamma(\tau-t)}dr\ .$$

В данном интеграле p и q имеют значения, соответствующие времени τ, более позднему, чем t, заданному для любого принятого графика производства независимо от того, вытекает ли этот график из условий конкуренции, из стремления максимизировать монопольную прибыль или из любого другого ряда условий. Чистый доход состоит из дохода от продаж добытого сырья (затраты производства и продажи, как обычно, вычитаются) минус уменьшение ценности месторождения. Следовательно, чистый доход в единицу времени равен

$$pq+\frac{dJ}{dt}\,;$$

из уравнения для J чистый доход точно равен γJ. Другими словами, определенный график производства устанавливает такую ценность месторождения, при которой доход в любое время после налоговой скидки на истощение был точно равен проценту от стоимости капиталовложения в это время.

Хотя представляется логичным определить размер снижения ценности месторождения как его истощение и вычесть его из дохода, это не практикуется налоговыми ведомствами, по крайней мере в Соединенных Штатах. Ценность собственности после приобретения или после 1 марта 1913 г., немного раньше введения налога, если она приобретена до этого времени, принимается за основу и делится на число единиц сырья, которое, как предполагается, залегает в недрах в это время. Полученная таким образом «единица истощения», т. е. денежная сумма, умножается на число тонн, фунтов или унций сырья, добываемого за год, что дает уменьшение ценности исчерпаемого ресурса за год. Общая сумма налоговой скидки на истощение не должна превышать первоначальной ценности собственности.

Разница между обоими методами подсчета уменьшения ценности за счет истощения вытекает из неуверенности в оценке и прогнозе цены, спроса, производства, затрат, процентных ставок и количества оставшегося сырья. Если бы был применен теоретический метод, то год, когда месторождение перестало работать, считался бы еще годом, приносящим доход, равный проценту от ценности капиталовложения. Это кажется аномальным только благодаря другому изъяну с теоретической точки зрения в законах о подоходном налоге: необложение налогом увеличения ценности собственности до ее продажи. В течение года бездействия, если оно ожидалось, ценность собственности в действительности возрастает, поскольку год бездействия учитывался в установлении оценки в начале года.

Дополнение к федеральному закону Соединенных Штатов о подоходном налоге, внесенное в 1918 г., предусматривает, что оценка, на основании которой вычисляется уменьшение ценности за счет истощения, может в некоторых обстоятельствах быть принятой не как ценность собственности в момент приобретения или в 1913 г., а как более высокая ценность, которую позднее приобрела эта собственность, когда здесь было открыто полезное ископаемое. Эта оговорка приводит к материальному росту налоговых скидок на истощение и уменьшению выплат налогов. Внезапное увеличение ценности при открытии полезного ископаемого могло бы рассматриваться как налогооблагаемый доход, но закон его таковым не считает, если собственность не продается немедленно. Кажется, что создатели данного законодательного акта, судя по тексту, рассматривают это увеличение ценности как награду за усилия и риск и что исходя из природы данного дохода это разумная позиция. Однако цель данного дополнения — трактовка прироста как ценности капитала до его существования, которая должна быть возвращена владельцу посредством продажи сырья. Дополнение непоследовательно и слишком щедро по отношению к владельцам, которых это особенно касается.

15. Дуополия

Промежуточной формой между монополией и идеальной свободной конкуренцией, формой, которая ближе других к реальному миру экономики, является конкуренция нескольких продавцов. В предыдущей статье[13] эта ситуация обсуждалась для статичного случая со специальной ссылкой на обычно игнорируемый фактор, т. е. на существование группы покупателей (по отношению к каждому продавцу), которым особенно выгодно иметь дело именно с данным продавцом, несмотря на то что в другом месте цены могут быть ниже. В таком случае на одном рынке возможна больше чем одна цена, при этом наблюдается квазистабильность, устанавливающая нижний предел цен, а также известный верхний предел монопольной цены.

Для исчерпаемых ресурсов проблемы конкуренции между небольшим количеством предпринимателей могут быть исследованы в первую очередь посредством совокупно постоянных значений нескольких интегралов, представляющих приведенные прибыли. В данном случае нам не нужно ограничиться, как мы это сделали для удобства при рассмотрении монополии, одним месторождением для каждого конкурента. Пусть будет m конкурентов, и пусть один конкурент i контролирует n_i месторождений, темпы производства которых и первоначальные запасы мы обозначим соответственно $q_{i1}, \dots, q_{in_i}$ и $a_{i1}, \dots, a_{in_i}$. Произведем взаимную корреляцию функций спроса

[13] *Hotelling H.* Stability in Competition // Econ. Journ. 1929. Vol. 16. March. P. 41.

как среди месторождений, которыми владеет каждый конкурент, так и между месторождениями различных предприятий. Следовательно, m интегралов J_i, выражающие приведенные прибыли, включают в свои подынтегральные выражения f_i все q_{ij}, а также по крайней мере некоторые из кумулятивных добыч $x_{ij} = \int q_{ij} dt$. Если i-й владелец желает достичь максимальной прибыли, предполагая при этом, что темпы добычи других выбраны, то он установит свои темпы производства n_i так, что

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_{ij}} - \frac{d}{dt}\frac{\partial f_i}{\partial q_{ij}} = 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n_i.$$

Продолжая аналогию со статичным случаем, представим, что другие конкуренты, узнав о его планах, поступят так же, изменив свои графики в соответствии с уравнениями, похожими на приведенные выше. Когда i-й владелец узнает об изменении их планов, он также вносит изменения в свои. Единственно возможное конечное равновесие с установленным графиком производства для каждого месторождения будет получено путем решения ряда дифференциальных уравнений такого типа, число которых равно числу месторождений, а следовательно, и числу переменных, которые надлежит определить. Все это является прямым обобщением случая неисчерпаемых ресурсов, но мы покажем, что решение имеет тенденцию к завышению темпов добычи и к занижению цен конкурирующих месторождений.

Большим сомнениям были подвергнуты результаты в более простом случае, и доводы, которые можно привести в пользу данного решения, даже в еще большей степени неадекватны для случая, когда запасы ископаемых ограничены. Основная трудность решения задачи для небольшого числа продавцов заключается в том, что каждый, изменяя свое поведение в соответствии с тем, что, по его мнению, собираются делать другие, может учитывать или не учитывать воздействие на их цены и поведение его собственных перспективных действий. Существует точка равновесия — такая, что ни один из двух продавцов не может путем изменения цены увеличить свою прибыль, пока цена другого продавца остается неизменной. Однако если один продавец увеличивает свою цену умеренно, идя, таким образом, на некоторую непосредственную жертву, то другой сочтет, что для него наиболее выгодным является увеличение цены; тогда, если первоначальное повышение цены не слишком велико, оба получат более высокую прибыль, чем при равновесии. Но в статье, на которую мы только что сослались, доказано, что тенденция к урезанию цен ниже точки равновесия имеет меньшее значение, чем предполагалось.

В случае исчерпаемых ресурсов, где временное сокращение продаж приводит к меньшим потерям, продавец особенно склонен экспериментировать, повышая цену выше теоретического уровня в надежде, что его конкуренты тоже повысят свои цены. Понеся потери во время ожидания, пока его конкуренты тоже поднимут цены, он может утешиться не только перспективой приравнять свои прежние продажи к более высокой цене в ближайшем будущем, но также и тем, что он сохраняет свои запасы ископаемых на время, пока не приблизится всеобщее исчерпание ресурсов, и даже теоретическая цена будет выше. Таким образом, можно ожидать общих условий, когда цены будут выше, а темпы добычи ниже результатов, которые получены путем решения системы характеристических уравнений.

Для комплементарной продукции, такой как железо и уголь, ситуация в какой-то степени обратная. Эджуорт в «Papers Relating to Political Economy» указывает, что когда два комплементарных товара монополизированы в отдельности, потребитель страдает от этого в большей степени, чем если бы оба товара были под контролем одного и того же монополиста. Предполагается, что решение для равновесия остается в силе. Попытки отклониться от равновесия с целью оказать влияние на другую сторону могут теперь быть предприняты в том или ином направлении в зависимости от того, что выгоднее при данной функции спроса и других условиях: отклонение в направлении понижения цен и увеличения продаж, что характеризует максимальную совокупную прибыль, или одностороннее повышение цены с целью вынудить противника снизить свою цену, чтобы поддержать уровень продаж. Та же неопределенность существует и для исчерпаемых комплементарных ресурсов.

Совершенно другая проблема дуополии, включая расчеты вариаций, была исследована К. Ф. Русом,[14] который считает, что соответственные прибыли принимают истинные максималь-

---

[14] *Roos C. F.* 1) A Mathematical Theory of Competition // Amer. Journ. Math. 1925. Vol. 47. P. 163; 2) Generalized Lagrange Problems in the Calculus of Variations.

ные значения. Однако, как в статическом случае, никакого определенно стабильного равновесия не обеспечивается тем, что прибыль каждого максимальна, если прибыль другой стороны рассматривается как фиксированная, поскольку действия одного конкурента влияют на действия другого. Расчеты вариаций используются Русом и Дж. К. Ивансом[15] при расчете функций затрат и спроса, включая уровень изменения цены, а также саму цену. Подобных функций мы избегаем для достижения большей конкретности и простоты, но если они окажутся необходимыми в теории добывающей промышленности, то предшествующие исследования можно будет без труда распространить на них (см. раздел 12). Иванс и Рус не касаются исчерпаемых ресурсов и предполагают, что в любое время все конкуренты продают по одной и той же цене.

Задачи об исчерпаемых ресурсах включают время иным образом — не только как фактор, приводящий к истощению и более высоким ценам, но главным образом — как дающий более полную информацию о физических размерах и состоянии ресурса и об экономических явлениях, сопутствующих его добыче и продаже. При обсуждении наиболее элементарных форм обмена, например натурального обмена орехов на яблоки, а также при обсуждении дуополии всегда вводится элемент времени, чтобы показать постепенный подход к равновесию или отклонению от него. Эти влияния времени также или даже в большей степени включены в разработку исчерпаемых ресурсов в связи с вековыми тенденциями, характерными для этой категории товаров. Дуопольная торговля исчерпаемыми ресурсами значительно затрудняет возможность торговаться, блефовать и угрожать.

Периодические ценовые войны, нарушающие монотонность цен на бензин на Американском побережье Тихого океана, представляют интересный феномен. Вдоль более чем полутоватысячемильной полосы западнее вершин Сьерры в нефтяном бизнесе господствуют несколько больших компаний. Однако на нефтяных промыслах южной Калифорнии многочисленные мелкие предприятия продают бензин по сниженным ценам. Дешевый бензин по большей части не очищен от нефти, но профильтрован и очищен от природного газа и может быть не-

[15] *Roos C. F., Evans G. C.* A Mathematical Introduction to Economics.

сколько более низкого качества, тем не менее он является приемлемым моторным топливом. Крайне высокая подвижность покупателей бензина сводит к минимуму элемент постепенности изменения спроса от продавца к продавцу с изменением цены. Обычно за пределами южной Калифорнии удерживается стабильность цен путем соглашения между пятью или шестью компаниями; цены устанавливаются в каждом из нескольких крупных ареалов в соответствии с удаленностью от нефтяных промыслов. Но каждый год или через год возникают ценовые войны, когда цены снижаются день за днем и достигают крайне низких уровней, иногда до точки бесплатности бензина и, конечно, ниже издержек сбыта. Иногда цена падает от нормальной цены в 20–23 цента за галлон до 6–7 центов, включая налог в 3 цента. Восстанавливается мир, и возвращаются старые цены после нескольких недель всеобщего радостного катания и заполнения дешевым бензином всех имеющихся емкостей, даже ванны. Интерес представляет медленность распространения этих состязаний, которые обычно начинаются в южной Калифорнии. Компании там безжалостно борются друг с другом, а через несколько дней война переходит в северную Калифорнию; иногда в Орегоне и Вашингтоне сохраняются полные цены. Эти драки дают пример нестабильности конкуренции, когда вариации цен в зависимости от местоположения и от времени усложняют коммерцию в области исчерпаемых ресурсов.